

▷ 6. Сколько градусов содержит двугранный угол при основании правильной четырехугольной пирамиды, если плоскость, проведенная через сторону основания, делит этот угол и боковую поверхность пирамиды пополам?

Ответ: 45.

▷ 7. Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$\sqrt{81 - 6\sqrt{171 - x^3}} < 9 - x.$$

Ответ: 7.

▷ 8. Найти сумму всех таких целых значений a , чтобы при любом вещественном b нашлось такое вещественное c , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2021(bx - y) = ac^2, \\ (b - 6)x + 2by = c + 1. \end{cases}$$

имела хотя бы одно решение.

Ответ: 6195.

▷ 9. Найти все значения параметра a , при каждом из которых функция

$$f(x) = \sin 2x - 8(a + 1)\sin x + (4a^2 + 8a - 14)x$$

является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек. В ответе запишите сумму всех таких целых a , для которых не выполняются условия задачи

Ответ: -7.

▷ 10. Сколько целых решений имеет неравенство

$$\arccos \frac{x}{2022} + \arccos \frac{x\sqrt{2}}{2022} + \arccos \frac{x\sqrt{3}}{2022} \leq \frac{3\pi}{4}$$

Ответ: 157.

Отборочный тур, 11 класс, 1 вариант

▷ 1. Интеллектуальный робот к числу 2021 справа и слева приписывает по одной цифре случайным образом. Какова вероятность P того, что полученное шестизначное число будет кратно 43. В ответе укажите значение $180 \cdot P$.

Ответ: 4.

▷ 2. Найдите удвоенное среднеарифметическое всех решений уравнения

$$\frac{\cos 2\pi x}{\cos \frac{2\pi x}{3} (1 - \sin^2 \frac{2\pi x}{3} \cos \frac{4\pi x}{3} - 2\sin^2 \frac{2\pi x}{3})} = 1$$

принадлежащих промежутку $(-2021; 2022]$.

Ответ: 3.

▷ 3. Какое наименьшее число слагаемых в сумме

$$1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + \dots$$

надо взять, чтобы оно было больше, чем 2021.

Ответ: 17.

▷ 4. Найдите сумму всех натуральных x , удовлетворяющих неравенству $x^3 + 10000x \leq 100x^2 + 333333$, (3).

Ответ: 990.

▷ 5. В треугольнике ABC угол A прямой. Величина угла B равна 30° . В треугольник вписана окружность радиус которой равен $\sqrt{3}$. Найдите расстояние d от вершины C до точки касания этой окружности с катетом AB . В ответе запишите значение $d^2(30 - d^2)$.

Ответ: 222.

▷ 6. Определить объем правильной четырехугольной пирамиды с боковым ребром равным α , и двугранным углом при боковом ребре, равным β . В ответе укажите значение при $\alpha = \sqrt{27}, \beta = 120^\circ$

Ответ: 36.

▷ 7. Найдите сумму всех целых решений неравенства

$$2\sqrt{64 - 2\sqrt{528 - x^3}} < 16 - x.$$

Ответ: -13.

▷ 8. Найти сумму таких целых значений a , чтобы при любом вещественном b нашлось такое вещественное c , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2021(x + 2by) = a, \\ bx + (1 - b)y = c^2 + c. \end{cases}$$

имела хотя бы одно решение.

Ответ: -382790.

▷ 9. Найти все значения параметра b , при каждом из которых функция $f(x) = \sin 2x - 8(b + 2)\cos x - (4b^2 + 16b + 6)x$ является убывающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек. В ответе запишите сумму всех таких целых b , при которых не выполняются условия задачи

Ответ: -10.

▷ 10. Сколько целых решений имеет неравенство

$$\arcsin \frac{x}{2022} + \arcsin \frac{x\sqrt{2}}{2022} + \arcsin \frac{x\sqrt{3}}{2022} \geq \frac{3\pi}{4}.$$

Ответ: 157.

Отборочный тур, 11 класс, 2 вариант

▷ 1. Интеллектуальный робот к числу 2021 справа и слева приписывает по одной цифре случайным образом. Какова вероятность P того, что полученное шестизначное число будет кратно 47. В ответе укажите значение $270 \cdot P$.

Ответ: 6.

▷ 2. Найдите сумму всех решений уравнения

$$\frac{\cos \pi x}{\cos \frac{\pi x}{3}} \left(2\cos^2 \frac{\pi x}{3} - \sin^2 \frac{\pi x}{3} \cos \frac{2\pi x}{3} - 1 \right) = 1$$

принадлежащих промежутку $[1; 2021)$.

Ответ: 680403.

▷ 3. Какое наименьшее число слагаемых в сумме $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 6 + \dots$ надо взять, чтобы она была больше чем 20210?

Ответ: 16.

▷ 4. Найдите S -сумму всех целых решений неравенства

$$x^4 \leq 2x^2 + \underbrace{400\dots 0}_{50}x + \underbrace{99\dots 9}_{100}$$

Пусть a - количество цифр числа S , а b -сумма цифр числа S . В ответе запишите $a + b$

Ответ: 29.

▷ 5. В квадрат $ABCD$ со стороной $a = \sqrt{2000}$ вписана окружность, которая касается стороны CD в точке E . Найти длину хорды, соединяющей точки, в которых окружность пересекается прямой AE .

Ответ: 40.

▷ 6. Найти сторону тетраэдра, вписанного в шар с радиусом $R = \sqrt{6}$

Ответ: 4.

▷ 7. Найдите сумму квадратов всех целых решений неравенства

$$\sqrt{81 - 6\sqrt{171 + x^3}} < 9 + x.$$

Ответ: 35.

▷ 8. Найдите сумму всех таких целых значений a , при которых при любом вещественном значении b нашлось такое вещественное c , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 2021(bx - y) = ac^2, \\ b(x + 2y) = 6x + c + 1. \end{cases}$$

имела хотя бы одно решение

Ответ: 6915.

▷ 9. Найти все значения параметра a , при каждом из которых функция $f(x) = 8(2a+1)\cos x - \sin 2x + (16a^2 + 16a - 18)x$ является возрастающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

Ответ: -2.

▷ 10. Сколько целых решений имеет неравенство

$$\arccos \frac{x}{2022} + \arccos \frac{x\sqrt{2}}{2022} + \arccos \frac{x\sqrt{3}}{2022} > \frac{3\pi}{4}.$$

Ответ: 2178.

Отборочный тур, 11 класс, 3 вариант

▷ 1. Интеллектуальный робот к числу 221 справа и слева приписывает по одной цифре случайным образом. Какова вероятность P того, что полученное пятизначное число будет кратно 13. В ответе запишите значение $315 \cdot P$.

Ответ: 21.

▷ 2. Найдите сумму всех целых решений уравнения

$$\frac{\cos 3\pi x}{\cos \frac{3\pi x}{5}} \left(2\cos^2 \frac{3\pi x}{5} - \sin^2 \frac{3\pi x}{5} \cos \frac{6\pi x}{5} - 1 \right) = 1$$

принадлежащих промежутку $[-20200; 20220]$.

Ответ: 80850.

▷ 3. Пусть $S_n = 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + \dots + n(n+4)$, найти такое n , $2021 \in [S_n, S_{n+1}]$.

Ответ: 15.

▷ 4. Найдите среднеарифметическое всех целых x , удовлетворяющих неравенству

$$x^3 + 400x \leq 20x^2 + 2666, (6).$$

Ответ: 4.

▷ 5. В равнобедренном прямоугольном треугольнике радиус вписанной окружности равен 2 см. Найти расстояние d от вершины острого угла до точки, в которой вписанная окружность касается противоположного этому углу катета. В ответе записать значение $d^2(56 - d^2)$.

Ответ: 272.

▷ 6. Найти радиус шара, вписанного в тетраэдр со стороной $a = \sqrt{600}$.

Ответ: 5.

▷ 7. Найди сумму всех целых решений неравенства

$$2\sqrt{64 - 2\sqrt{528 + x^3}} < 16 + x.$$

Ответ: 13.

▷ 8. Найдите количество целых значений a таких, при которых при любом вещественном b нашлось такое вещественное c , при которых система уравнений

$$\begin{cases} 1000(bx - y) = ac^2 \\ (b - 6)x + 2by = c + 1. \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Ответ: 146.

▷ 9. Найти все значения параметра b при каждом из которых функция $f(x) = 8(2b + 2)\sin x - \sin 2x - (16b^2 + 32b - 10)x$ является убывающей на всей числовой прямой и при этом не имеет критических точек.

Ответ: -3.

▷ 10. Сколько целых решений имеет неравенство

$$\arcsin \frac{x}{2022} + \arcsin \frac{x\sqrt{2}}{2022} + \arcsin \frac{x\sqrt{3}}{2022} < \frac{3\pi}{4}$$

Ответ: 2177.

Отборочный тур, 11 класс, 4 вариант

▷ 1. Интеллектуальный робот к числу 221 справа и слева приписывает по одной цифре случайным образом. Какова вероятность P того, что полученное пятизначное число будет кратно 17. В ответе укажите значение $270 \cdot P$.

Ответ: 15.

▷ 2. Найдите сумму всех целых решений уравнения

$$\frac{\cos 2\pi x}{\cos \frac{2\pi x}{5}} \left(1 - 2\sin^2 \frac{2\pi x}{5} - \sin^2 \frac{\sin^2 \pi x}{5} \cos \frac{4\pi x}{5} \right) = 1$$

принадлежащих промежутку $(1; 2021)$

Ответ: 409050.

▷ 3. Пусть $S_n = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + \dots + n(n+3)$, найти такое n , $2021 \in [S_n, S_{n+1}]$.

Ответ: 16.

▷ 4. Найдите S -сумму всех целых решений неравенства

$$x^4 + 2x^3 + 2x \leq 6x^2 + 6 \overbrace{0 \dots 0}^{10} x + \overbrace{99 \dots 9}^{20}$$

, пусть a -количество цифр числа S , b -сумма цифр числа S . В ответе запишите $a + b$

Ответ: 9.

▷ 5. В прямоугольном треугольнике ABC угол A прямой, длина катета AB равна a , радиус вписанной окружности равен r . Вписанная окружность касается катета AC в точке D . Найти длину хорды d , соединяющей точки пересечения окружности с прямой BD . В ответе записать d^2 в виде десятичной дроби, если $r = 1$, $a = 7$.

Ответ: 3,92.